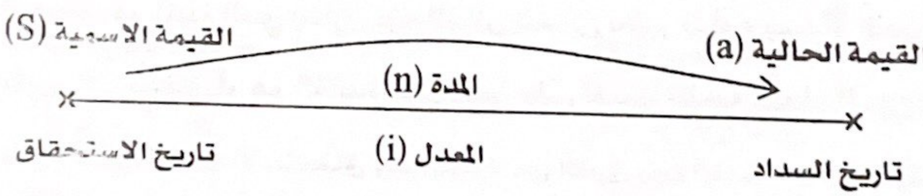
الفصل الثاني
القيم الحالية والخصم

الفصل الثاني

القيمة الحالية والخصم

مقدمة :

تناولنا في الفصل السابق كيفية حساب جملة مبلغ في نهاية مدة استثمار أو اقتراض معينة (n)، وذلك بمعلومية قيمة أصل المبلغ المستثمر أو المقترض (a) ومعدل الاستثمار أو الاقتراض (i). ولكن في بعض الحالات تكون القيمة المعلومة هي جملة المبلغ المستحق في نهاية مدة معينة وهو ما يطلق عليه عادة القيمة الإسمية القرض في حالة الاقتراض أو جملة المبلغ المستثمر في حالة الاستثمار أو الإيداع ويكون المطلوب معرفة قيمة القرض في تاريخ يسبق تاريخ استحقاقه أو معرفة أصل المبلغ المستثمر، فإن هذه القيمة يطلق عليها القيمة الحالية وهي عادة تقل عن القيمة الاسمية بمقدار يطلق عليه الخصم، حيث إنها عادة يعطي الدائن للمدين خصماً في حالة سداده للقرض قبل تاريخ استحقاقه.



أولاً : مفاهيم أساسية

إذا اقترض شخص من أحد البنوك مبلغاً ما اليوم وهذا المبلغ يستحق السداد

القيمة الاسمية

في نهاية مدة معينة، فإن قيمة المبلغ في تاريخ الاستحقاق أو السداد تسمى بالقيمة الاسمية، أما قيمة المبلغ في تاريخ الاقتراض تسمى بالقيمة الحالية.

فإذا فرضنا أن المدين أراد سداد الدين قبل موعد استحقاقه فإنه يقوم بسداد قيمة تقل عن القيمة الاسمية بمقدار الخصم الذي يستحقه عن الفترة من تاريخ سداد الدين وحتى تاريخ استحقاقه، مما سبق يمكن التوصل إلى المفاهيم الآتية:

- القيمة الاسمية: هي قيمة الدين في تاريخ الاستحقاق وهي بمثابة جملة المبلغ. ويرمز لها بالرمز (S).
- القيمة الحالية: هي قيمة الدين في تاريخ يسبق تاريخ استحقاقه. ويرمز لها بالرمز (a).
- القيمة الحالية الصحيحة: هي الفرق بين القيمة الاسمية والخصم الصحيح، وهذا الفرق إذا استثمر بالفائدة البسيطة لمدة الدين وبالمعدل المستخدم فإن قيمته في نهاية المدة تساوي القيمة الاسمية. ويرمز لها بالرمز (a_e).
- القيمة الحالية التجارية: هي الفرق بين القيمة الاسمية والخصم التجاري، وهذا الفرق إذا استثمر بالفائدة البسيطة لمدة الدين وبالمعدل المستخدم فإن قيمته في نهاية المدة تساوي القيمة الاسمية. ويرمز لها بالرمز (a_o).
- الخصم: هو المبلغ الذي يتنازل عنه الدائن للمدين نظير قيامه بسداد الدين قبل تاريخ الاستحقاق أو هو الفائدة التي تعود على المدين نتيجة سداد الدين في أي تاريخ سابق لتاريخ الاستحقاق وهو عبارة عن الفرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية. ويرمز لها بالرمز (x).
- الخصم الصحيح: وهو عبارة عن الفرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية الصحيحة أو هو فائدة القيمة الحالية الصحيحة التي تعود على المدين نتيجة سداد الدين في تاريخ سابق لتاريخ الاستحقاق. ويرمز لها بالرمز (x_e).

- **الخصم التجاري:** هو عبارة عن الفرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية التجارية أو هو فائدة القيمة الحالية التجارية التى تعود على المدين نتيجة سداد الدين في تاريخ سابق لتاريخ الاستحقاق. ويرمز لها بالرمز (x_0).
- **تاريخ الخصم:** هو التاريخ الذي يتم فيه خصم الدين، أي تحديد قيمته الحالية وهو يسبق تاريخ الاستحقاق.
- **تاريخ الاستحقاق:** هو التاريخ الذي تستحق فيه القيمة الاسمية للدين وهو تاريخ لاحق لتاريخ الخصم.
- **مدة الخصم:** هي المدة التي تقع بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق.

وبصفة عامة يمكن القول أن:

القيمة الحالية = القيمة الاسمية – الخصم

الخصم = القيمة الاسمية – القيمة الحالية

ثانياً: الطرق المختلفة لحساب القيمة الحالية والخصم

1. حساب القيمة الحالية الصحيحة والخصم الصحيح:

- القيمة الحالية الصحيحة = القيمة الإسمية – الخصم الصحيح

$$\boxed{a_e = S - x_e}$$

- الخصم الصحيح = القيمة الإسمية – القيمة الحالية الصحيحة

$$\boxed{x_e = S - a_e}$$

وحيث إن الخصم الصحيح هو فائدة القيمة الحالية الصحيحة وبالتالي فإن:

$$\boxed{x_e = a_e \times i \times n}$$

وبـذلك يمكـن التوصـل إلى صـيغة أخـرى لحـساب كـل مـن القيمـة الحاليـة الصحيحة والخصم الصحيح. وحيث إن:

$$S = a_e(1+in)$$

وبالتالي فإن القيمة الحالية الصحيحة:

$$\boxed{a_e = \frac{S}{1+i \times n}}$$

وحيث إن:

$$x_e = a_e \times i \times n$$

وبالتعويض عن (a_e) نتوصل إلى:

$$x_e = \frac{S}{1+i \times n} \times i \times n$$

$$\boxed{x_e = \frac{S \times i \times n}{1+i \times n}}$$

2. حساب القيمة الحالية التجارية والخصم التجاري:

- القيمة الحالية التجارية = القيمة الإسمية – الخصم التجاري

$$\boxed{a_o = S - x_o}$$

- الخصم التجاري = القيمة الإسمية – القيمة الحالية التجارية

$$\boxed{x_o = S - a_o}$$

يمكـن التوصل إلى صيغة أخرى لحساب كـل مـن الخصم التجـاري والقيمـة الحالية التجارية.

وحيث إن الخصم التجاري هو فائدة القيمة الإسمية فإن:

$$\boxed{x_o = S \times i \times n}$$

وبالتالي فإن القيمة الحالية التجارية:

$$a_o = S - x_o$$

بالتعويض عن الخصم التجاري (x_o) نتوصل إلى:

$$a_o = S - S \times i \times n$$

$$\boxed{a_o = S(1 - i \times n)}$$

ويمكن تلخيص ما سبق كما يلي:

القيمة الحالية (a)

القيمة الحالية الصحيحة (a_e)

$$a_e = S - x_e$$

$$a_e = \frac{S}{1 + i \times n}$$

القيمة الحالية التجارية (a_o)

$$a_o = S - x_o$$

$$a_o = S(1 - i \times n)$$

الخصم (x)

الخصم الصحيح (x_e)

$$x_e = S - a_e$$

الخصم الصحيح بدلالة القيمة الحالية الصحيحة

$$x_e = a_e \times i \times n$$

الخصم الصحيح بدلالة القيمة الإسمية

$$x_e = \frac{S \times i \times n}{1 + i \times n}$$

الخصم التجاري (x_o)

$$x_o = S - a_o$$

الخصم التجاري بدلالة القيمة الإسمية

$$x_o = S \times i \times n$$

مما سبق نلاحظ أن:

- الخصم التجاري (x_o) دائماً أكبر من الخصم الصحيح (x_e) وذلك لأن الخصم التجاري محسوب على أساس القيمة الإسمية أما الخصم الصحيح فهو محسوب على أساس القيمة الحالية، وحيث إن القيمة الإسمية أكبر من القيمة الحالية فإن ($x_o > x_e$)

- القيمة الحالية التجارية (a_o) دائماً أقل من القيمة الحالية الصحيحة (a_e) حيث إن:

$$a_e = S - x_e$$

$$a_o = S - x_o$$

وحيث إن ($x_o > x_e$) فإن ($a_o < a_e$)

- إذا لم يحدد في التمرين نوع القيمة الحالية المطلوبة ونوع الخصم المطلوب، فإن المطلوب يكون القيمة الحالية التجارية والخصم التجاري.

وفيما يلي الأمثلة التي توضح كيفية استخدام العلاقات السابقة:

س

ن × ع + ١

مثال: دين قيمته الاسمية 60000$ يستحق السداد في نهاية 6 شهور بمعدل فائدة 8٪ سنوياً. المطلوب:

1. القيمة الحالية الصحيحة والخصم الصحيح.
2. القيمة الحالية التجارية والخصم التجاري.
3. علق على النتيجة

الحل:

S=60000 $\quad n= \frac{6}{12} \quad$ i= 8٪

1. القيمة الحالية الصحيحة (a_e) والخصم الصحيح (x_e):

القيمة الحالية الصحيحة:

$$a_e = \frac{S}{1+i\times n} = \frac{60000}{1+\frac{8}{100}\times\frac{6}{12}} = \frac{60000}{1.04} = 57692.3$$

الخصم الصحيح:

$$x_e = a_e \times i \times n$$

$$= 57692.3 \times \frac{8}{100} \times \frac{6}{12} = 2307.7$$

أو:

$$x_e = S - a_e$$

$$= 60000 \times 57692.3 = 2307.7$$

س - 2 ص

الخصم الصحيح:

$$x_e = \frac{S\times i\times n}{1+i\times n} = \frac{60000\times\frac{8}{100}\times\frac{6}{12}}{1+\frac{8}{100}\times\frac{6}{12}} = 2307.7$$

60000
57612.3
237,7

القيمة الحالية الصحيحة:

$$a_e = S - x_e$$

$$= 60000 - 2307.7 = 57692.3$$

س (إ - ن × ع)

2. القيمة الحالية التجارية (a_o) والخصم التجاري (x_o):

القيمة الحالية التجارية:

$$\boxed{a_o = S(1 - i\times n)}$$

$$= 60000\left(1 - \frac{8}{100}\times\frac{6}{12}\right) = 57600$$

[redacted]

الخصم التجاري:

$$x_o = S - a_o$$

$$= 60000 - 57600 = 2400$$

60000
57600
2400

أو الخصم التجاري:

$$x_o = S \times i \times n_o$$

$$= 60000 \times \frac{8}{100} \times \frac{6}{12} = 2400$$

3. التعليق على النتيجة:

مما سبق يتضح أن:

- الخصم الصحيح أقل من الخصم التجاري.
- القيمة الحالية التجارية أقل من القيمة الحالية الصحيحة.

مثال: اقترض شخص مبلغ ما من أحد البنوك، يستحق هذا المبلغ في نهاية 9 شهور وحسبت القيمة الحالية الصحيحة على أساس معدل فائدة 10٪ سنوياً فكانت 40000$. المطلوب: احسب:

- الخصم الصحيح والقيمة الاسمية للدين.
- القيمة الحالية التجارية والخصم التجاري.

الحل:

$a_e = 40000$ $\quad i = 10\%$ $\quad n = \frac{9}{12}$

- الخصم الصحيح (x_e):

$$x_e = a_e \times i \times n$$

$$= 40000 \times \frac{10}{100} \times \frac{9}{12} = 3000$$

ملحوظة: إذا كانت المدة بالأيام فإن الخصم الصحيح يكون بالقسمة على 365 أو 366 بينما الخصم التجاري يكون على أساس القسمة على 360.

ثالثاً: العلاقة بين الخصم التجاري (X_o) والخصم الصحيح (X_e)

1. النسبة بين الخصم التجاري والخصم الصحيح:

$$\frac{x_o}{x_e} = \frac{S \times i \times n}{a_e \times i \times n}$$

$$\boxed{\frac{x_o}{x_e} = \frac{S}{a_e}}$$

ومنها فإن:

$$x_o = \frac{S}{a_e} x_e$$

$$x_e = \frac{a_e}{S} x_o$$

وتستخدم العلاقات السابقة لإيجاد أحد الخصمين إذا علم الخصم الآخر والقيمة الاسمية والقيمة الحالية الصحيحة.

أيضاً:

$$\frac{x_o}{x_e} = \frac{S \times i \times n}{\frac{S \times i \times n}{1 + i \times n}}$$

$$\boxed{\frac{x_o}{x_e} = 1 + i \times n}$$

ومنها فإن:

$$x_o = x_e(1+i\times n)$$

$$x_e = \frac{x_o}{1+i\times n}$$

وتستخدم العلاقات السابقة لإيجاد أحد الخصمين إذا علم الخصم الآخر ومعدل الفائدة والمدة.

2. الفرق بين الخصم التجارية (x_o) والخصم الصحيح (x_e):

$$x_o - x_e = S\times i\times n - \frac{S\times i\times n}{1+i\times n}$$

$$= \frac{S\times i\times n(1+i\times n) - S\times i\times n}{1+i\times n}$$

$$= \frac{S\times i\times n[(1+i\times n)-1]}{1+i\times n}$$

$$\boxed{x_o - x_e = \frac{S\times i^2\times n^2}{1+i\times n}}$$

وحيث إن:

$$x_o = S\times i\times n$$

بالتعويض في المعادلة السابقة:

$$\boxed{x_o - x_e = \frac{x_o\times i\times n}{1+i\times n}}$$

وحيث إن:

$$x_e = \frac{S\times i\times n}{1+i\times n}$$

بالتعويض في المعادلة:

$$\boxed{x_o - x_e = x_e\times i\times n}$$

تستخدم العلاقات السابقة إذا أعطي في التمرين الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح ومعدل الفائدة والمدة وطلب إيجاد القيمة الاسمية والخصم التجاري والخصم الصحيح والقيمة الحالية الصحيحة.

الأمثلة التالية توضح كيفية استخدام هذه العلاقات:

مثال: دين قمته الاسمية 36630$ بلغت قيمته الحالية التجارية 36297$ فما هي القيمة الحالية الصحيحة لهذا الدين ؟؟

الحل:

$S = 36630$ $\qquad$ $a_o = 36297$

الخصم التجارية (x_o):

$$x_o = S - a_o$$
$$= 36630 - 36297 = 333$$
$$\frac{x_o}{x_e} = \frac{S}{a_e}$$

وحيث إن:

$$x_e = S - a_e$$
$$x_e = 36630 - a_e$$
$$\frac{333}{36630 - a_e} = \frac{36630}{a_e}$$
$$333a_e = 36330(36630 - a_e)$$
$$333a_e = 1341756900 - 36630a_e$$
$$333a_e + 36630a_e = 1341756900$$

$$36963a_e = 1341756900$$

$$a_e = \frac{1341756900}{36963}$$

$$= 36300$$

مثال: حسب الفرق بين الخصمين التجاري والصحيح لدين يستحق السداد بعد 15 أشهر فوجد أن 1085.21 وذلك بمعدل فائدة بسيطة 12٪ سنوياً أوجد القيمة الاسمية.

الحل:

$$x_o - x_e = 1085.21 \qquad i = 12\,\% \qquad n = \frac{15}{12}$$

$$x_o - x_e = \frac{S \times i^2 \times n^2}{1 + i \times n}$$

$$1085.21 = \frac{S \times \left(\frac{12}{100}\right)^2 \times \left(\frac{15}{12}\right)^2}{1 + \frac{12}{100} \times \frac{15}{12}}$$

$$1085.21 = \frac{S \times 0.0144 \times 1.5625}{1.15}$$

$$1085.21 = \frac{0.0225S}{1.15}$$

$$S = \frac{1085.21 \times 1.15}{0.0225} = 55466.29$$

"في الفائدة والجملة طريقة النمر مختلفة
عن طريقة النمر في الخصم التجاري والصحيح"

رابعاً: إيجاد القيمة الحالية والخصم لعدة مبالغ غير متساوية (باستخدام طريقة النمر)

استخدمنا نفس الأسلوب (طريقة النمر) لإيجاد جملة وفائدة عدة مبالغ غير متساوية سواء كانت مدد هذه المبالغ بالسنوات أو بالشهور أو بالأيام، وحيث إن الخصم لا يختلف كثيراً عن الفائدة، فإنه لإيجاد القيمة الحالية لعدة مبالغ نحصل أولاً على إجمالي الخصم، ثم نقوم بطرحه من إجمالي القيمة الاسمية وذلك كما يلي:

إجمالي الخصم =	المعدل / 12	المدة بالشهور	× مجموع النمر
	360	المدة بالأيام	
	365 أو 366	المدة بالأيام	

حيث إن مجموع النمر هو مجموع حاصل ضرب كل قيمة اسمية في مدة الخصم الخاصة بها سواء كانت هذه المدة بالأيام أو الشهور.

ويمكن إيجاد القيم الحالية عن طريق طرح إجمالي الخصم السابق الحصول عليه من مجموع القيم الاسمية.

مجموع القيم الحالية = مجموع القيم الاسمية – إجمال الخصم

والأمثلة التالية توضح كيفية تطبيق طريقة النمر.

مثال: شخص مدين بالمبالغ الآتية:

$10000 يستحق السداد بعد 40 يوم.

$15000 يستحق السداد بعد 60 يوم.

$20000 يستحق السداد بعد 80 يوم.

$25000 يستحق السداد بعد 90 يوم.

فإذا أراد هذا الشخص أن يسدد جميع ديونه اليوم وكان معدل الخصم في السوق 12٪ سنوياً. احسب إجمالي الخصم ومجموع القيم الحالية المسددة عن هذه المبالغ.

الحل:

حساب إجمالي الخصم.

حيث إن المدة بالأيام وبالتالي فإن:

$$\text{إجمالي الخصم} = \frac{\text{المعدل}}{360} \times \text{مجموع النمر}$$

وحيث إن مجموع النمر هو مجموع حاصل ضرب كل مبلغ × مدته

المبالغ	المدد بالأيام	النمر
10000	40	400000
15000	60	600000
20000	80	1600000
25000	90	2250000
70000		5150000

$$\text{إجمالي الخصم} = \frac{0.12}{360} \times 5150000 = 1716.67$$

المبلغ الذي يسدد الآن هو مجموع القيم الحالية:

القيمة الحالية للديون = مجموع القيم الاسمية – إجمالي الخصومات

$$= 70000 - 1716.67 = 68283.33$$

مثال: اقتراض أبو مهند المبالغ الآتية من بنك النهضة العربية:

$10000 يستحق السداد بعد 4 شهور.

$20000 يستحق السداد بعد 8 شهور.

$30000 يستحق السداد بعد 10 شهور.

فإذا أراد أبو مهند سداد جميع ديونه اليوم، احسب مقدار الخصم التجاري الذي يحصل عليه إذا كان معدل الخصم 12٪ سنوياً ثم احسب المبلغ الذي يسدده الآن لهذه الديون.

الحل:

حساب الخصم باستخدام طريقة النمر كما يلي:

المبالغ	المدد	النمر
10000	4	40000
20000	8	160000
30000	10	300000
60000		500000

$$\text{إجمالي الخصم} = \frac{\text{المعدل}}{12} \times \text{مجموع النمر}$$

$$= \frac{0.12}{12} \times 500000 = 5000$$

المبلغ الذي يسدد الآن هو مجموع القيم الحالية للمبالغ السابقة.

مجموع القيم الحالية = مجموع القيم الاسمية – إجمالي الخصم

$$= 60000 - 5000 = 55000$$

مثال: في أول يناير 2009 كان أبو مهاب مدين بالمبالغ الآتية:

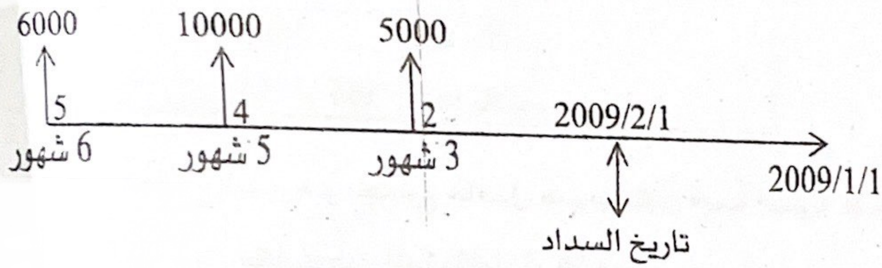
5000$ يستحق السداد بعد 3 شهور.

10000$ يستحق السداد بعد 5 شهور.

6000$ يستحق السداد بعد 6 شهور.

وفي أول فبراير من نفس العام أراد أبو مهاب سنداد ديونه كلها مرة واحدة، احسب قيمة ما يقوم بسداده إذا كان معدل الفائدة 15٪ سنوياً.

الحل:



.القيمة الحالية للديون هي قيمة ما يقوم بسداده من تاريخ السداد.

إجمالي الخصم = $\frac{\text{المعدل}}{12}$ × مجموع النمر

المبالغ	المدد	النمر
5000	2	10000
10000	4	40000
6000	5	30000
21000		80000

إجمالي الخصم = $1000 = 80000 \times \frac{0.15}{12}$

القيمة الحالية = 21000 – 1000 = 20000

مثال: شخص مدين بثلاثة قروض تستحق في نهاية 4 شهور، 5 شهور، 6 شهور على الترتيب، وحسبت القيم الحالية على أساس معدل خصم 6٪ سنوياً فوجد أنها $4900 ، $2925، $3880 على التوالي المطلوب:

– احسب إجمالي الخصم المستحق عن هذه الديون:

– إيجاد مجموع القيم الاسمية.

الحل:

لا بد من الحصول على القيمة الاسمية لكل دين من الديون الثلاثة، وحيث إن الخصم التجاري يحسب على أساس القيمة الاسمية ولذلك نفرض أن:

القيمة الاسمية للدين الأول S_1

القيمة الاسمية للدين الثاني S_2

القيمة الاسمية للدين الثالث S_3

– بالنسبة للدين الأول:

القيمة الحالية = القيمة الاسمية – الخصم التجاري

$$a_o = S_1 - S_1 \times i \times n$$

$$a_o = S_1(1 - i \times n)$$

$$S_1 = \frac{a_o}{1 - i \times n} = \frac{4900}{1 - \frac{6}{100} \times \frac{4}{12}}$$